

文章编号: 1000-7598(2013)10-2774-07

基于分维数的土体裂隙表征单元体估算

王媛^{1,2}, 冯迪^{1,2}, 陈尚星³, 吴昊宸^{1,2}

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 南京 210098; 2. 河海大学 隧道与城市轨道交通工程研究所, 南京 210098;

3. 欧领特钢板桩(中国)有限公司, 上海 200122)

摘要: 由于干湿循环、剪切或其它作用, 自然界土壤表面发育着大量裂隙。裂隙相互连接形成网络, 裂隙网络是一个随机无序的系统, 常规统计方法描述裂隙的分布特征存在很大的难度。网状土体裂隙一般具有分形特征, 可以用分维数来进行描述。用数码相机拍摄土体表面的裂隙, 将其转换成灰度图像, 并结合分形理论, 建立了摄影法测定土体裂隙分维数的方法, 得到了土体裂隙的分维数。根据表征单元体的物理意义, 建立了基于分维数估算表征单元体的方法, 并对实例进行了分析。研究表明: 分维数随裂隙密度、裂隙宽度和次一级裂隙发育程度的增大而增大; 表征单元体与裂隙的密度均匀性和隙宽均匀性相关, 基于分维数估算表征单元体的方法简便可行。

关键词: 裂隙土; 分形; 摄影法; 分维数; 表征单元体 (REV)

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

Estimation of cracked soil's representative elementary volume based on fractal dimension

WANG Yuan^{1,2}, FENG Di^{1,2}, CHEN Shang-xing³, WU Hao-chen^{1,2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Research Institute of Tunnel and Urban Subway Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

3. Oriental Sheet Piling (China) Company Limited, Shanghai 200122, China)

Abstract: Natural soil may be cracked due to wetting-drying cycles, shearing or other effects. Most cracks tend to be connected and form a network. A crack network on a natural soil surface is a random and disordered system. It is hard to describe the distribution characteristics of cracks by the traditional statistical method. Generally, the crack network has fractal dimension. The theory of fractal dimension can be used to describe the distribution characteristics of cracks. Crack images are taken by a digital camera on a soil surface and converted to gray images. A method for determining fractal dimension by photograph is established based on the fractal theory. Then, the fractal dimension of soil cracks can be obtained. According to the physical meaning of representative elementary volume (REV), a method for estimating the cracked soil's REV based on the fractal dimension is presented; and some examples are analyzed. The results show that the fractal dimensions are increased with the increasing of crack density, crack aperture and the development of secondary crack. The REV is related to the homogeneity of crack density and crack aperture. It is easy and credible to estimate the cracked soil's REV by the method mentioned above.

Key words: cracked soil; fractal; photograph method; fractal dimension; representative elementary volume (REV)

1 引言

裂隙的几何特征描述是研究裂隙土力学性质及其工程问题的基础性工作。土体中的裂隙分布具有明显的非线性特征, 符合分形特征^[1]。如果应用线性系统对它进行描述需要进行很多的假定和简化,

这些假定和简化往往使结果与实际情况有很大的差别, 不能很好地反映实际。而分形理论则直接从裂隙分布的本身入手去寻找其分布的规律性, 相比线性的近似处理方法显得更为合理和直观。在土体的力学或渗流分析中通常假定土体是连续介质, 一般应用连续介质数学模型进行分析。在裂隙土中, 由

收稿日期: 2010-06-11

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划(No. NCET-07-0253); 国家自然科学基金资助(No. 51179060); 高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20110094130002)。
第一作者简介: 王媛, 女, 1969 生, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程渗流、裂隙岩体应力和渗流耦合等方面的研究工作。E-mail: wangyuanhu@163.com

于裂隙的存在使得这一假定显得不合理。在现阶段裂隙岩体的研究中较为成熟并行之有效的办法是等效连续介质模型^[2]，采用等效连续介质模型可以将由于裂隙引起力学或渗流的集中效应等效平均到整个土体中，将裂隙土模拟为连续的土体，然后应用经典的连续介质理论进行研究分析。因此，测定土体表面裂隙的分维数，并确定其表征单元体具有重要的意义。

彭瑞东等^[3]详细阐述了如何利用计算机来计算分形图像分维数的方法。易顺民等^[4]依据分形理论，研究了膨胀土裂隙结构有的分性特征，分析了膨胀土裂隙网络分维和裂隙面分维的力学效应。Bear^[5]在对土体中的渗流进行分析时，首先提出了表征单元体（REV）的概念。Li 等^[6-7]通过数值模拟和现场调查统计方法对裂隙土体的表征单元体进行了研究。向文飞等^[8]阐述了裂隙岩体表征单元体的确定方法、强度特性以及尺寸效应。卢波等^[9]提出在岩体结构宏观分区的基础是哪个研究表征单元体，应用分形几何的观点进行研究。

本文在前人基础上，建立了用摄影法测定土体表面裂隙分维数的方法步骤，并从表征单元体的物理意义角度，论述了基于分维数估算表征单元体的可行性，建立了基于分维数估算表征单元体方法，对实际试样进行了估算。

2 摄影法测定土体表面裂隙的分维数

2.1 土体表面裂隙图片的拍摄

试验的土体试样必须能够代表这一区域裂隙发育的一般情况，试样内必须有足够的裂隙，符合分形体下限的标准。试样选择好以后，要对拍摄区域进行选择，拍摄区域要平整，不存在凸起和凹陷。摄影器材选用 Canon IXUS 55 数码相机，有效像素 500 万。在拍摄区域边缘放置标度尺，作为计算区域面积大小的依据和比例换算的标准，拍摄的原始图像如图 1 所示。



图 1 原始图像
Fig.1 An original image

2.2 裂隙图片的处理

将拍摄好的照片转储到计算机上，备份好原始图像后，用 Photoshop 软件打开照片，打开视图中的标注功能，借助参考线功能，用图像中标准度尺的尺寸和图片的标度尺寸相比得到图像的比例尺。剪除图像中标度尺部份，挑选成像质量较好并无干扰的区域作为计算区域，这一区域应该尽量处于照片的中央位置。打开图像中的模式功能，将计算区域剪裁出来并转换为灰度图像，如图 2 所示。裂隙灰度图像为黑白图像，呈 256 色，即从纯黑到纯白分为 256 种层次，其上每一个像素点的颜色都是介于黑色和白色之间 256 种层次的一种，所处层次号就是该点灰度值。

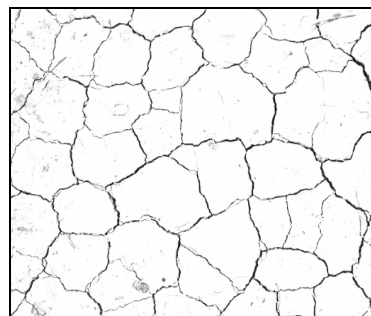


图 2 灰度图像
Fig.2 A gray image

对图像进行增益除噪处理，使裂隙与其他图像信息最大程度地分离。首先，对灰度图像进行亮度和对比度的调整，尽量提高亮度和对比度，使裂隙处于较高的灰度值（ >128 ），而土体表面处于较低的灰度值（ <128 ）。接着进行曲线调整，使裂隙细节凸现而图片上的其他图像隐去。在经过上述处理以后，一般仍然存在灰度值较高的其他图像的干扰，这时用橡皮擦功能对照原始图像对其他干扰图像进行仔细地清除，并对一些表现不够充分的裂隙用画笔功能进行增灰处理。将处理好的灰度图像保存为位图（bmp 格式），处理后的图片如图 3 所示。

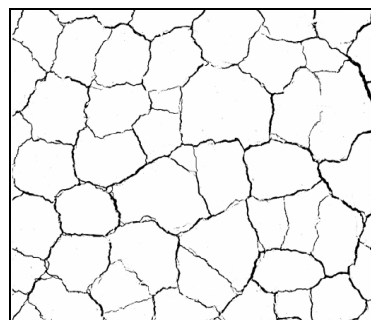


图 3 增益除噪后的图像
Fig.3 An image after gaining and eliminating noise

2.3 二元位图的转换

位图也称为点阵图像或绘制图像,是由一个个像素的单个点组成的。这些点可以进行不同的排列和染色以构成图样。将灰度图转换为二元位图,使得图像中只存在纯黑和纯白两种颜色。设置适当的灰度阈值,大于这一阈值的“盒子”被设置为黑,小于这一阈值的被设为白。在本次试验中将灰度阈值设为 128,这样灰度值大于 128 的区域被判别为裂隙,灰度小于 128 的区域被认为是土体表面。在程序中对于二元位图,其黑色像素的 pixels 值被设为 0,白色像素值被设为 1,这样整个图像就是一个由 0,1 组成的庞大“矩阵”,可以通过矩阵运算的方法来处理图像,使得图像处理非常的方便和具有较高精度,处理后的二元位图如图 4 所示。

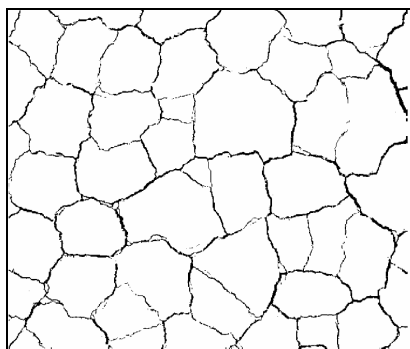


图 4 二元位图
Fig.4 Binary bitmap

2.4 分维数计算

分形是非线性学科的一个重要分支,成为研究不规则事物规律性的有效工具^[10]。对于类似土体裂隙等自然界中存在的一些非规则图形来说,其在欧式几何空间里的维数不一定是整数,称为分形维数,在实际的研究中一般采用盒维数来计算^[11-12]。

进行分维数计算需要用构造的盒子去覆盖计算区域,在本文中用自编的 C++ 程序构造盒子,用边长为 δ 的方盒去分格覆盖图像,在覆盖过程中盒子得到的灰度值是盒中所有像素灰度值的最大值。首先将未经分格处理的图像看作是 1×1 像素“盒子”覆盖的图像加以保存,然后分别用 2×2 、 3×3 、 4×4 、 5×5 、 6×6 、 7×7 、 8×8 、 9×9 、 10×10 对图像进行分格处理,得到边长 δ 分别为 2、3、4、5、6、7、8、9、10 的被“盒子”所覆盖的图像,如图 5 所示。

对经过转化的图像进行分析和统计就显得非常简单,对“盒子”的统计就变成对“矩阵”值的判读和统计,用 C++ 编写的对图像统计的程序,当像

素值大于 -1 且小于 1 时,进行累加计数,这样就得到了覆盖图像的“盒子”数。将不同边长 δ 的“盒子”所得到的 N 值取自然对数分别列表,并用自编程序绘制出 $\ln \delta \sim \ln N$ 的散点图,可以得到该土样的裂隙发育分维值为 1.59,分维数计算软件界面如图 6 所示。



(a) $\delta=1$



(b) $\delta=2$



(c) $\delta=3$



(d) $\delta=4$

图 5 边长为 δ 的盒子覆盖的图像

Fig.5 Graphes covered by length of δ for a box on each side

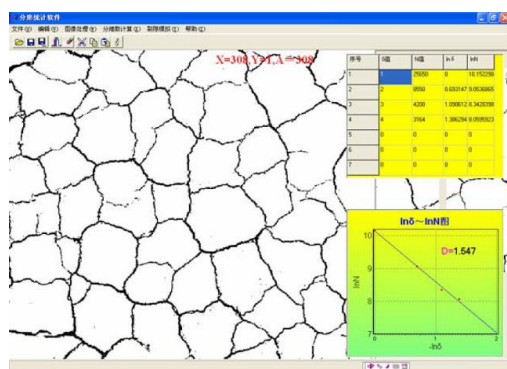


图 6 分维数计算软件界面
Fig.6 Interface of the software calculated fractal dimension

3 基于分维数的裂隙表征单元体估算

表征单元体 (REV) 是指当试件的体积大于某一特定值时, 由试验获得的参数 n 不再随试件的体积 V 变化而变化, 该体积被称为表征单元体 (如图 7 所示)。

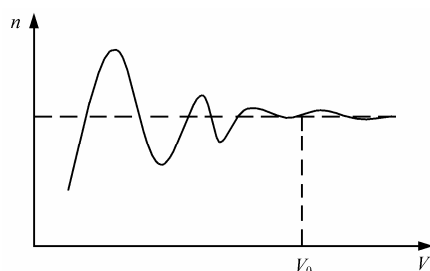


图 7 表征单元体示意图
Fig.7 Schematic diagram of REV

裂隙土的不连续性是由于裂隙引起的, 求表征单元体的过程就是将裂隙影响效应均一化的过程, 只有土体的体积达到结构上的相似性, 才能保证其性质上的均匀性。裂隙网络是符合分形特征的, 裂隙网络在统计意义上是符合自相似性的。自相似性是指在满足分形特征的上、下限区域内, 某种结构从不同的空间尺度来看都是相似的, 或者局域结构与整体类似, 同时局域之间存在自相似性。如果分维数会随计算面积的变化而变化, 这说明这一尺度的裂隙尚不具备分形特征, 裂隙分布没有达到相似的程度。当计算面积达到一定值时, 分维数不再随面积的变化而变化, 这时的计算面积达到了分形特征的下限, 大于这一面积的裂隙符合分形特征, 满足自相似性, 这一面积也就是表征单元体面积的取值下限。如果假定表征单元体是正方体, 这样就达到估计表征单元体的目的。

在程序实现中, 可以通过改变土体计算面积, 并将不同面积与对应的分维数绘制成曲线图, 在曲线中分维数趋于稳定的点所对应面积即所求的表征单元体估计面积。

4 实例分析

本文对江苏某地的土体裂隙进行了试验分析, 该土体中裂隙是由于干湿、循环等原因造成。针对不同的裂隙发育程度, 共拍摄试验照片 54 张。为了使试验结果具有可比性, 本次试验采用等距离拍摄, 拍摄距离均为 1 m, 焦距采用固定焦距。根据图像与实物的比例尺, 可以获取裂隙几何参数的真实信息, 本文中分析区域的实际大小为 22 cm×26 cm。按照上述确定裂隙分维数的方法, 对不同裂隙发育程度的分维值进行了计算, 结果如图 8 所示。

用大小不同的计算区域切取裂隙样本, 计算每个区域对应的裂隙分维值, 绘制分维值与计算区域边长之间关系曲线图, 确定分维值趋于稳定的计算区域面积, 即为表征单元体所对应的面积。这里取范围误差为 0.025。当分维值变化连续小于范围误差且无明显变化趋势时, 即认为分维值稳定。试样的分维值与计算区域边长之间关系曲线如图 9 所示。

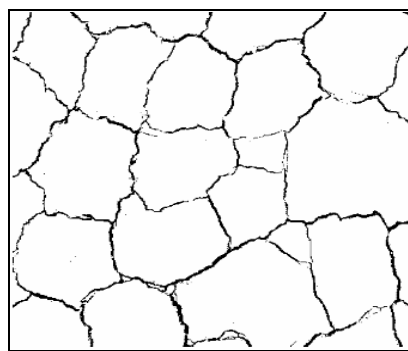
从图 8 中可以看出, 裂隙的分维值受裂隙的密度, 隙宽和次一级裂隙的发育程度等因素影响, 它是一个综合评价裂隙发育程度的指标, 可以用来评价裂隙的发育程度。对比图 8(a)与图 8(f), 图 8(c)与图 8(e)可以发现, 在裂隙密度近似的情况下, 随着隙宽的增宽分维数增大。将图 8(c)与图 8(f)对比, 虽然图 8(f)的条数和密度要大于图 8(c), 但由于其次一级裂隙发育宽度较图 8(c)次一级发育宽度差, 造成其分维值小于图 8(c), 从中可以看出次一级裂隙的发育程度也对分维值有着重要的影响。对比图 8(f)与 8(h)可以看出, 在隙宽变化不大的情况下, 分维值随着裂隙密度的增加而增大, 裂隙密度是影响分维值的重要因素。

从图 9(a)~(e)、(h)中可以看出, 当计算区域边长达到一定值时, 分维值趋于稳定, 并最终稳定于某一值附近, 该值所对应的计算区域面积即所求的表征面积的估计值。图 9(f)和图 9(g)中的分维值有明显的缓慢变大趋势, 没有最终收敛于某值附近, 这是因为拍照面积太小, 未达到其表征面积的下限值, 从严格意义上讲, 这一尺寸的裂隙土尚未满足分形特征。如果要得到其表征面积需拍更大面积的照片。从计算结果来看, 裂隙土的表征面积一般都大于常规渗透试验仪的直径 ($\phi 6.17$ cm), 即使河

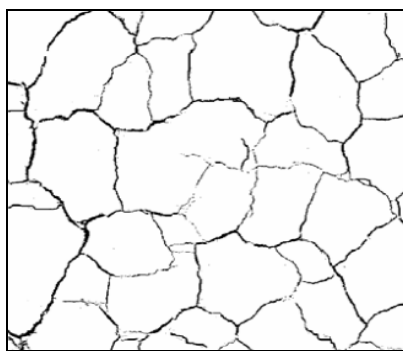
海大学岩土工程研究所自行研制设计的大型渗透仪（直径 $\phi 30\text{ cm}$ ）也很难满足所有裂隙土的渗透试验要求。因此，对于裂隙土渗透参数需要更大的试验装置来测试获得。

通过与实际裂隙对比发现，表征面积的大小与

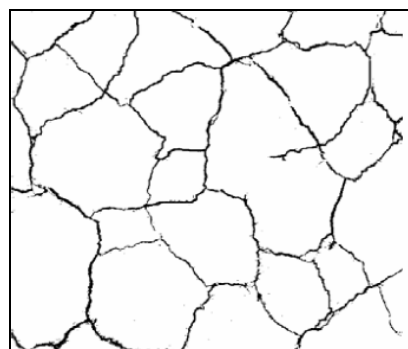
分维值的大小并无很大的相关性，而是和裂隙发育的均匀性有很大的关系。当裂隙的密度和宽度发育都很均匀时，该裂隙的表征面积就比较小，反之，当裂隙发育疏密不一，隙宽变化范围较大时，该裂隙的表征面积就比较大。



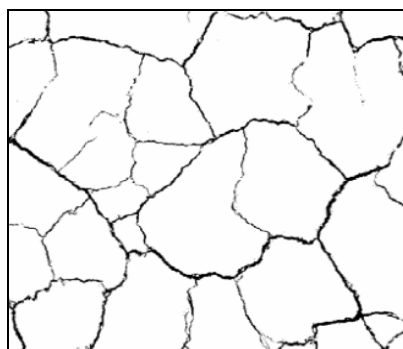
(a) 试样 1 分维值 1.657



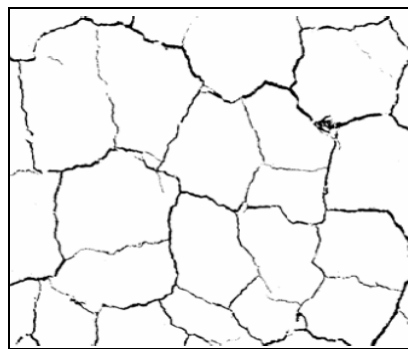
(b) 试样 2 分维值 1.668



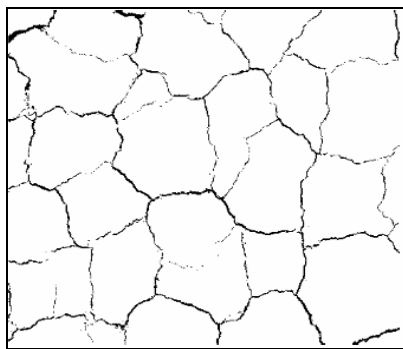
(c) 试样 3 分维值 1.663



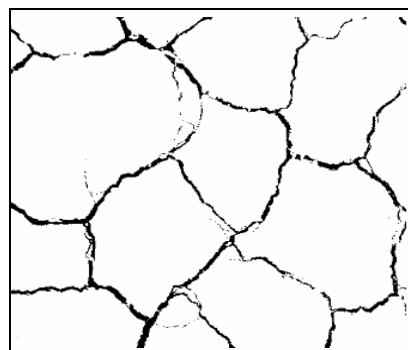
(d) 试样 4 分维值 1.671



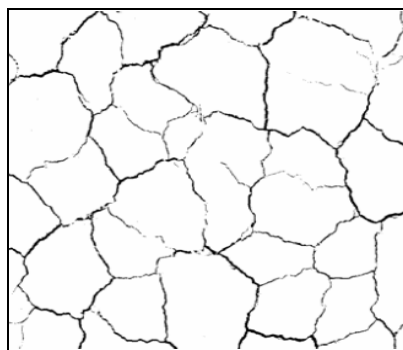
(e) 试样 5 分维值 1.725



(f) 试样 6 分维值 1.528



(g) 试样 7 分维值 1.755



(h) 试样 8 分维值 1.659

图 8 不同裂隙发育程度的分维数

Fig.8 Fractal dimensions with different crack growth degrees

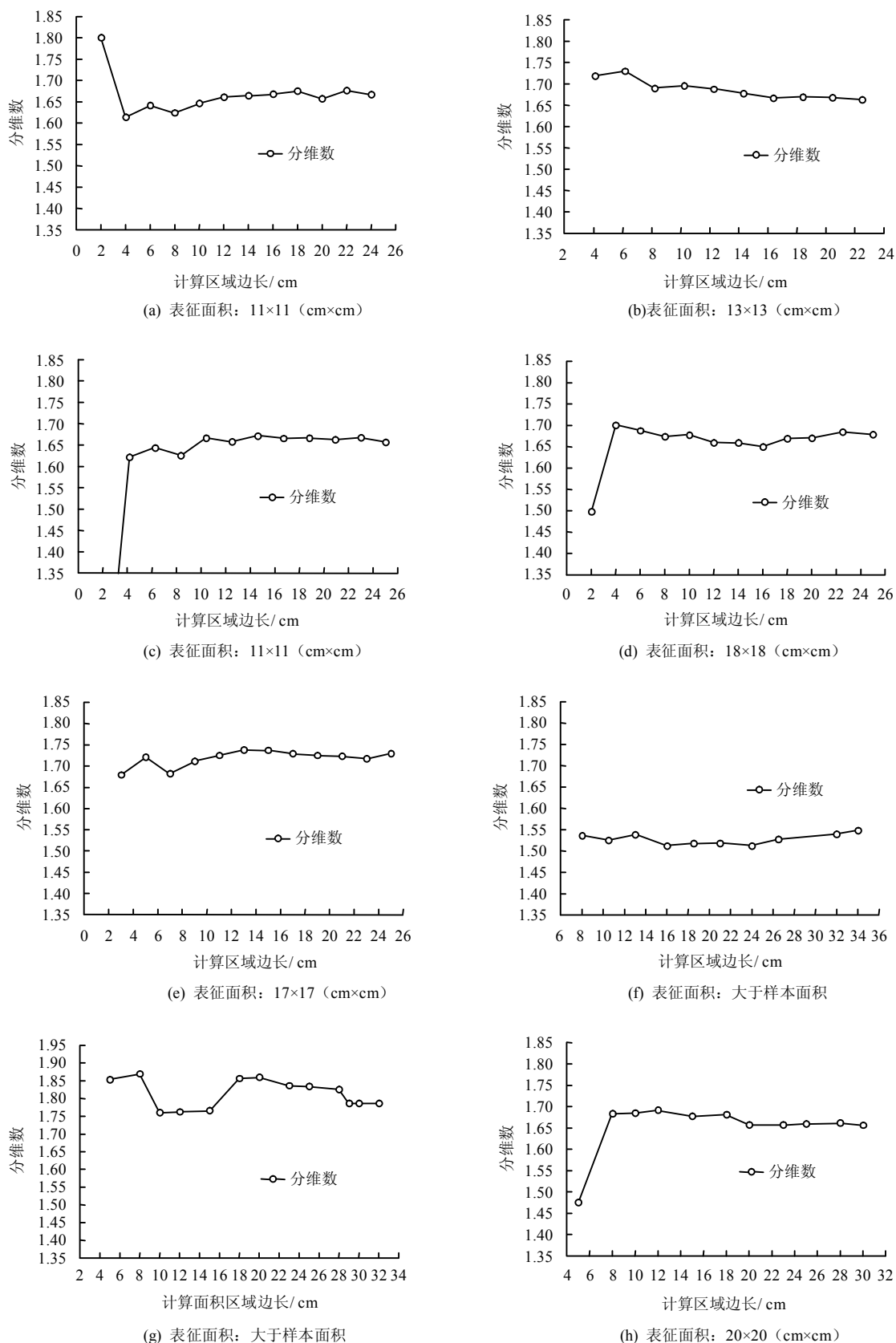


图 9 试样分维值与计算区域边长的关系曲线

Fig.9 Curves of fractal dimension and calculation region length for samples

5 结 论

(1) 裂隙的分维值随裂隙密度的增大而增大,

随裂隙隙宽的增宽而增大, 随次一级裂隙发育程度的增高而增大, 可以用来评价裂隙的发育程度。

(2) 表征单元体与裂隙的密度和宽度的均匀性

有关,基于分维数估算表征单元体的方法简便可行。当裂隙的密度和宽度发育都很均匀时,该裂隙的表征面积就比较小;当裂隙发育疏密不一,隙宽变化范围较大时,该裂隙的表征面积就比较大。

(3) 本文的研究主要针对土体表面的二维裂隙网络,尚未考虑裂隙在深度方向上的延伸,对于土体的三维裂隙网络需要做进一步的研究。

参考文献

- [1] 胡卸文, 王治平. 黏土体裂隙效应中的分形几何现象[J]. 四川水力发电, 1998, 01: 22—26.
HU Xie-wen, WANG Zhi-ping. Fracture geometry properties in fissure effect of clay mass[J]. **Sichuan Water Power**, 1998, 01: 22—26.
- [2] 王媛, 速宝玉, 徐志英. 裂隙岩体渗流模型综述[J]. 水科学进展, 1996, 7(3): 276—282.
WANG Yuan, SU Bao-yu, XU Zhi-ying. Comment on the models of seepage flow in fractured rock masses[J]. **Advances in Water Science**, 1996, 7(3): 276—282.
- [3] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19—24.
PENG Rui-dong, XIE He-ping, JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2004, 33(1): 19—24.
- [4] 易顺民, 黎志恒, 张延中. 膨胀土裂隙结构的分形特征及其意义[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(3): 294—298.
YI Shun-min, LI Zhi-heng, ZHANG Yan-zhong. The fractal characteristics of fractures in expansion soil and its significance[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(3): 294—298.
- [5] BEAR J. Dynamics of fluids in porous media[M]. New York: Elsevier, 2007: 15—27.
- [6] LI J H, ZHANG L M, WANG Y. Permeability tensor and representative elementary volume of saturated cracked soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2009, 46(8): 928—942.
- [7] LI J H, ZHANG L M. Geometric parameters and REV of a crack network in soil[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 37: 466—475.
- [8] 向文飞, 周创兵. 岩体表征单元体研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增刊 2): 5686—5692.
XIANG Wen-fei, ZHOU Chuang-bing. The advances in investigation of representative elementary volume for fractures rock mass[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(Supp.2): 5686—5692.
- [9] 卢波, 葛修润, 朱冬林, 等. 节理岩体表征单元体的分形几何研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1355—1361.
LU Bo, GE Xiu-run, ZHU Dong-lin, et al. Fractal study on the representative elementary volume of jointed rock masses[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(8): 1355—1361.
- [10] 汪富泉. 分形-大自然的艺术构造[M]. 济南: 山东教育出版社, 1996.
- [11] 董连科. 分形理论及其应用[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1991.
- [12] 曾文曲. 分形理论与分形的计算机模拟(修订版)[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001.
- QI De-qing, LIU Yin, XU Lian-min, et al. Seepage analysis of earth rock dam considering matric suction of unsaturated soils[J]. **Chinese Quarterly of Mechanics**, 2008, 29(4): 590—595.
- [8] 南京水利科学研究院土工研究所. 土工试验技术手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003.
- [9] 王年香, 章为民. 离心模型试验技术在岩土工程中的应用[C]//中国水利水电工程未来与发展. 大连: 大连理工大学出版社, 2002: 396—399.
- [10] 章为民, 徐光明. 土石坝填筑过程的离心模拟方法[J]. 水利学报, 1997, 28(2): 8—18.
ZHANG Wei-min, XU Guang-ming. Study on modeling the construction process of embankment dams in centrifugal test[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1997, 28(2): 8—18.

上接第 2773 页